Ainsi φ est continue et strictement décroissante sur $[0,1]$
$\Rightarrow$ φ réalise une bijection de $[0,1]$ sur $\varphi([0,1]) = [-1;0]$.

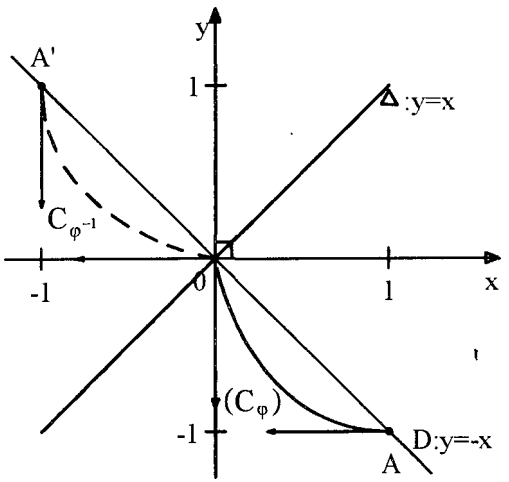
c- • φ est dérivable sur $]0,1[$ et $\forall x \in]0,1[; \varphi'(x) \neq 0$
$\Rightarrow$ φ^{-1} est dérivable sur $\varphi(]0,1[) =]-1;0[$.

• φ est dérivable à gauche en 1 et $\varphi'_d(1) = 0$
$\Rightarrow$ la courbe de φ possède une demi-tangente horizontale au point $A(1,-1)$.
$\Rightarrow$ la courbe de φ^{-1} possède une demi-tangente verticale au point $A'(-1,1)$.
$\Rightarrow$ φ^{-1} n'est pas dérivable à droite en -1.

• $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\varphi(x)-\varphi(0)}{x-0} = -\infty$
$\Rightarrow$ la courbe de φ possède une demi-tangente verticale au point $O(0,0)$
$\Rightarrow$ la courbe de φ^{-1} possède une demi-tangente horizontale au point $O(0,0)$
$\Rightarrow$ φ^{-1} est dérivable à gauche en 0.

Bilan : le domaine de dérivabilité de φ^{-1} est $]-1;0]$.

d- $(C_{\varphi^{-1}}) = S_\Delta[(C_\varphi)]$ avec S_Δ la symetrie axiale d'axe $\Delta : y = x$.



2/a- $I(a) = \int_a^1 [-x - \varphi(x)]dx$
$= \int_a^1 [-x - \varphi(x)]dx = \int_a^1 [-x\text{Log}x]dx$